Escuela de Educación Secundaria Técnica N°1
Juan Bautista Alberdi
Conesa

Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

Mecánica y Mecanismo:

5º Año Electromecánica

Trabajo Práctico N° 5

Luego de leer el apunte resolver el ejercicio Nº 1

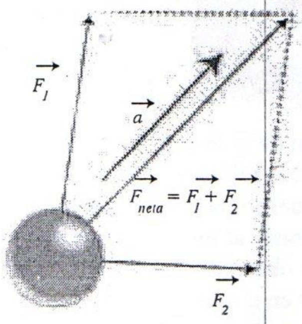
2. Ley fundamental de la dinámica - Segunda ley de Newton

HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Si se multiplica un vector por un escalar positivo, se obtiene un vector con la misma dirección del primero.

2.1 La segunda ley de Newton

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza constante, este experimenta cambios de velocidad iguales en tiempos iguales. Una fuerza neta constante produce una aceleración constante. Los vectores aceleración y fuerza neta tienen la misma dirección como se observa en la siguiente figura.



Cuando cambia el valor de la fuerza neta aplicada sobre el objeto, la aceleración también cambia. Si sobre un mismo cuerpo se ejercen sucesivamente diferentes fuerzas netas cuyas intensidades son F_1, F_2, F_3, …, y como consecuencia, los valores de la aceleración son, respectivamente, a_1, a_2, a_3, …, se tiene que:

$$\frac{F_1}{a_2} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots$$

La segunda ley de Newton, también llamada ley fundamental de la dinámica, establece la relación entre la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo y la aceleración que este experimenta.

La aceleración, $\vec{a}$, de cualquier partícula material tiene en todo momento la misma dirección de la fuerza neta $\vec{F}_{neta}$ que actúa sobre ella, en donde, el cociente entre las normas del vector fuerza y del vector aceleración, es igual a una constante que depende de la partícula. Es decir:

$$\frac{F_{neta}}{a} = \text{constante}$$

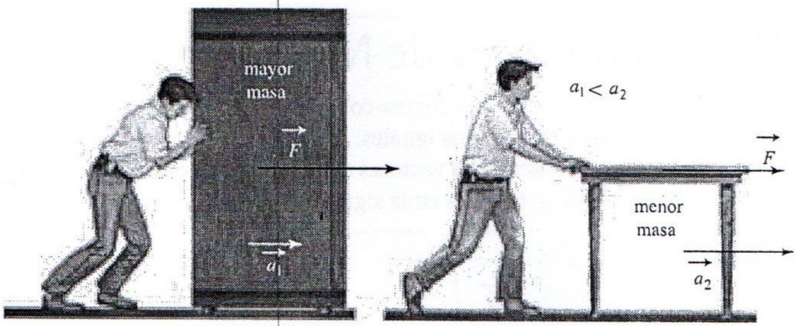
Esta expresión muestra que la fuerza neta y la aceleración son directamente proporcionales. A la constante de proporcionalidad se le llama **masa inercial** del cuerpo. Recuerda que en el Sistema Internacional de Unidades, la masa se mide en kilogramos (kg). En consecuencia, la fuerza neta se puede expresar como:

$$\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$$

Esta expresión se constituye en la ley fundamental de la dinámica conocida como la segunda ley de Newton la cual se expresa como:

La fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que dicha fuerza produce, donde la constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo.

A partir de la expresión $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$ podemos ver que cuando sobre dos cuerpos se les aplica la misma fuerza, el de menor masa experimenta mayor aceleración. Esto significa que la masa inercial es una medida de la inercia de un cuerpo, es decir, de la resistencia que dicho cuerpo opone a la variación de su estado de reposo o de movimiento. Para una fuerza neta dada, cuanto mayor es la masa del cuerpo sobre el cual se aplica, menor es la aceleración que produce sobre él, como se observa en la figura.



Puesto que la dirección de la fuerza neta coincide con la dirección de la aceleración que dicha fuerza produce, cuando la rapidez se dirige en el sentido del movimiento del cuerpo, la rapidez aumenta. Cuando la fuerza neta se dirige en sentido contrario al movimiento del cuerpo, la rapidez disminuye. Por ejemplo, podemos observar que a partir de la expresión $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$ se tiene el caso particular en el que $\vec{F}_{neta} = 0$, que equivale a afirmar que $\vec{a} = 0$, es decir que si la fuerza neta es igual a cero, el cuerpo permanece en reposo o permanece con velocidad constante, como lo establece el principio de inercia.

✱ EJEMPLO

Un automóvil cuya masa es 1.000 kg se mueve inicialmente con velocidad de 54 km/h y se detiene después de 10 segundos de avanzar por una vía recta. Determinar la fuerza neta que actúa sobre él.

Solución:

Para determinar la fuerza neta, primero se expresa la velocidad en m/s, para lo cual se tiene:

$$\frac{54\ \text{km}}{\text{h}} = \frac{54\ \text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3.600\ \text{s}} = 15\ \text{m/s}$$

Si el automóvil frena con aceleración constante, podemos determinar el valor de dicha aceleración a partir de la expresión:

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 15\ \text{m/s} + a\ (10\ \text{s}) \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$a = \frac{-15\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} \qquad \textit{Al despejar } a$$

$$a = -1{,}5\ \text{m/s}^2 \qquad \textit{Al calcular}$$

La fuerza neta se calcula mediante la ecuación:

$$F = m \cdot a$$

$$F = -1.000\ \text{kg} \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$F = -1.500\ \text{N} \qquad \textit{Al calcular}$$

El signo menos indica que la fuerza actúa en dirección contraria al movimiento y, en consecuencia, la velocidad del automóvil disminuye, pues la velocidad inicial era 15 m/s y la velocidad final, 0 m/s.

Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

2.2 El peso de los cuerpos

El peso de un cuerpo se relaciona con su masa, sin embargo, masa y peso son dos conceptos diferentes. Un cuerpo tiene la misma masa en la Tierra que en la Luna, pero su peso es seis veces menor en la Luna que en la Tierra. Por ejemplo, a un jugador de fútbol americano le resultaría más difícil levantar un contendor de juego en la Tierra que en la Luna, pero requeriría la misma intensidad de fuerza, tanto en la Tierra como en la Luna para detenerlo cuando se mueve con determinada rapidez, pues en ambos sitios tiene la misma masa. Por otra parte, a diferencia del peso, la masa no es una cantidad de carácter vectorial.

El peso de los objetos también varía con la altura, un cuerpo situado sobre la superficie terrestre pesa más que uno ubicado a una determinada altura con respecto a dicha superficie. No obstante, para las alturas en las que nos movemos con respecto a la superficie de la Tierra esta variación es pequeña y puede despreciarse, por tanto podemos considerar que cerca de la superficie de la Tierra, el peso no varía.

Puesto que el peso, w, es una fuerza podemos relacionar el peso y la aceleración de un objeto que cae a partir de la ecuación $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Si la única fuerza que actúa sobre un cuerpo es el peso y la aceleración es la aceleración de la gravedad, g, tenemos que:

$$w = m \cdot g$$

✱ EJEMPLOS

1. **Encontrar:**
   a. El peso de un bloque de 72 kg.
   b. La masa de una persona cuyo peso es de 150 N.

Solución:

Los resultados se determinan a partir de la ecuación $w = mg$

a. $w = m \cdot g$

$w = 72\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 = 705{,}6\text{ N}$ *Al remplazar y calcular*

El peso de un cuerpo de 72 kg es 705,6 N.

b. $m = \dfrac{w}{g}$ *Al despejar m*

$m = \dfrac{150\text{ N}}{9{,}8\text{ m/s}^2}$ *Al remplazar y calcular*

La masa de la persona es 15,3 kg.

2. **El peso de una persona en la Tierra es 600 N. Determinar:**
   a. La masa de la persona.
   b. El peso de la persona en la Luna, donde la aceleración de la gravedad es 1,6 m/s².

Solución:

a. Puesto que el peso es 600 N, se tiene que:

$w = m \cdot g$

$m = \dfrac{w}{g}$ *Al despejar m*

$m = \dfrac{600\text{ N}}{9{,}8\text{ m/s}^2} = 61{,}2\text{ kg}$ *Al remplazar y calcular*

La masa de la persona es 61,2 kg.

b. Puesto que la aceleración de la gravedad en la Luna es 1,6 m/s² y la masa de la persona en la Luna es igual que en la Tierra, es decir, 61,2 kg, se tiene que el peso de la persona en la Luna w_{luna} es:

$w = m \cdot g$

$\vec{w}_{luna} = 61{,}2\text{ kg} \cdot 1{,}6\text{ m/s}^2$ *Al remplazar*

$\vec{w}_{luna} = 97{,}9\text{ N}$ *Al calcular*

El peso de la persona en la Luna es 97,9 N.

EJEMPLOS

3. Un objeto de 10,0 kg de masa se encuentra suspendido del techo de un ascensor por medio de un dinamómetro. Determinar la lectura del dinamómetro (esta es la fuerza que él ejerce sobre el cuerpo) si:

a. El ascensor asciende con aceleración de 2 m/s^2.

b. El ascensor desciende con aceleración de 2 m/s^2.

Solución:

a. En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre el objeto.

Si el ascensor sube con aceleración constante de 2 m/s^2, la fuerza neta se expresa como:

$F_{neta} = m \cdot a = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 20{,}0 \text{ N}$

El peso del objeto es:

$w = m \cdot g = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

Por tanto,

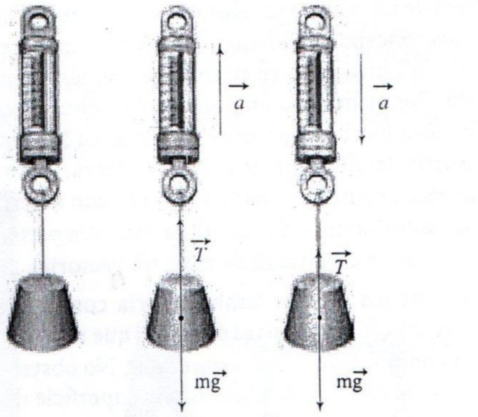
$F_{neta} = T - (m \cdot g)$

$T = F_{neta} + (m \cdot g)$ *Al despejar T*

$T = 20 \text{ N} + 98 \text{ N}$ *Al remplazar*

$T = 118 \text{ N}$ *Al calcular*

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia arriba, aparentemente el objeto pesa 118 N.



b. Si el ascensor baja con aceleración constante de 2 m/s^2, la fuerza neta se expresa como:

$F_{neta} = m \cdot a = -10{,}0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = -20{,}0 \text{ N}.$

El peso del objeto es:

$w = m \cdot g = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

Por ende,

$\vec{F}_{neta} = T - (m \cdot g)$

$T = \vec{F}_{neta} + (m \cdot g)$ *Al despejar T*

$T = -20 \text{ N} + 98 \text{ N}$ *Al remplazar*

$T = 78 \text{ N}$ *Al calcular*

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia abajo, aparentemente el objeto pesa 78 N.

2.3 La fuerza de rozamiento

Como lo hemos descrito, las superficies, en general, no son perfectamente lisas y presentan una serie de rugosidades que en ocasiones encajan con las de otra superficie cuando se encuentran en contacto. Así, cuando se intenta desplazar un cuerpo sobre una superficie o cuando un cuerpo se desliza sobre ella, aparece la **fuerza de rozamiento**, opuesta a la dirección del movimiento.

2.3.1 Fuerza de rozamiento estático

Si al intentar mover un vehículo, empujándolo, este permanece inmóvil, se puede afirmar que la aceleración del vehículo es igual a cero, debido a que la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

La fuerza, $\vec{F}$, que se ejerce sobre él se equilibra con la fuerza de rozamiento, $\vec{F}_r$, puesto que el objeto permanece inmóvil. A este tipo de rozamiento se le denomina **fuerza de rozamiento estático**.

Puede ocurrir que aunque se aumente la fuerza con la cual se empuja el vehículo, este permanezca inmóvil; lo que indica que la fuerza de rozamiento estático también aumenta, es decir $F = F_r$.

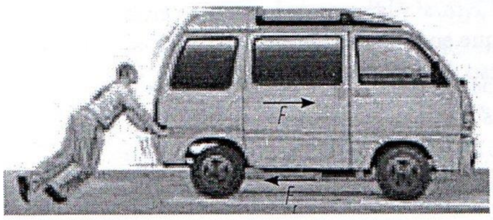


Figura 5. El automóvil no se mueve, por tanto, la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

Si dos personas empujan a la vez el vehículo, la fuerza aplicada es mayor y eventualmente puede lograr que el vehículo se ponga en movimiento. El valor de la fuerza de rozamiento estático alcanza un valor máximo que se conoce como **fuerza de rozamiento estático máxima**, siendo este el valor alcanzado en el momento en que el automóvil empieza a moverse.

Para analizar más a fondo lo que sucede con las irregularidades de dos superficies en contacto al ser presionadas, podemos considerar cada superficie como una lija, cuyo material abrasivo corresponde a las irregularidades.

Si se presiona un trozo de lija contra el otro, los granos se entrelazan y, al aplicarse una fuerza paralela a la superficie, dificultan el desplazamiento, lo cual da origen a la fuerza de rozamiento. La cantidad de material abrasivo (granos) de cada lija hace evidente fuerza de rozamiento que actúa sobre cada superficie.

Cuanto más se presionan los trozos de lija, más se incrustan los granos del uno en la superficie del otro y en consecuencia, mayor resulta la fuerza necesaria para desplazar las superficies hasta alcanzar un valor máximo, es decir, hasta el momento en el cual un trozo de lija comienza a moverse con respecto al otro.

La fuerza de rozamiento estático máxima es proporcional a la fuerza que se ejercen mutuamente las superficies en la dirección perpendicular a ellas.

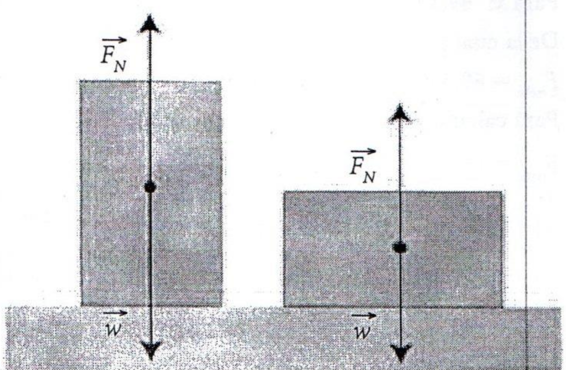
Cuando un objeto se encuentra sobre una superficie, la fuerza perpendicular que la superficie le ejerce es la fuerza normal $\vec{F_N}$. Por ende,

$$Fr_{estático} = \mu_e \cdot F_N$$

La constante de proporcionalidad μ_e se denomina coeficiente de rozamiento estático y su valor, que por lo general es menor que 1, depende de la textura de las superficies en contacto.

La fuerza de rozamiento depende de la naturaleza de las superficies que se ponen en contacto, por ejemplo μ_e es diferente si las superficies en contacto son asfalto y caucho que si se trata de hielo y metal.

Por otra parte, por depender de la fuerza normal, la fuerza de rozamiento no depende del área de las superficies en contacto de los cuerpos, siempre que la naturaleza de las caras sea la misma como se muestra en la siguiente figura.



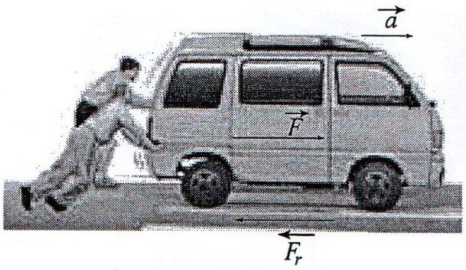


Figura 6. Fuerza de rozamiento.

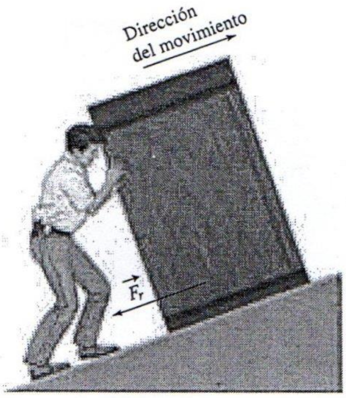


Figura 7. La fuerza de rozamiento cinético se presenta cuando los cuerpos están en movimiento.

2.3.2 La fuerza de rozamiento cinético

Una vez que la fuerza aplicada sobre un objeto supera en intensidad a la fuerza de rozamiento estático, el objeto se mueve. Cuando el objeto se encuentra en movimiento, la fuerza de rozamiento es menor que la fuerza de rozamiento estático máxima. A la fuerza de rozamiento cuando los cuerpos se encuentran en movimiento se le denomina fuerza de rozamiento cinético y se representa opuesta a la dirección del movimiento.

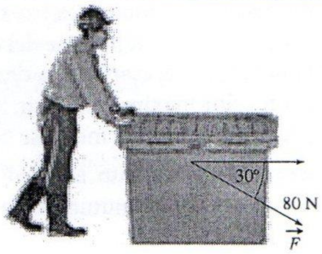
La fuerza de rozamiento cinético es directamente proporcional a la fuerza normal. La constante de proporcionalidad que, como en el caso del rozamiento estático, depende de la naturaleza de las superficies en contacto, se llama **coeficiente de rozamiento cinético** μ_c. En este caso tenemos:

$$Fr\ cinético = \mu_c \cdot F_N$$

EJERCICIO Nº 1

Sobre una caja de masa 8,0 kg se aplica una fuerza de 80,0 N que forma con la horizontal un ángulo de 30° y este se desliza sobre una superficie plana. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es de 0,20.

Determinar la aceleración con la cual se mueve el objeto.



Escuela de Educación Secundaria Técnica N°1
Juan Bautista Alberdi
Conesa

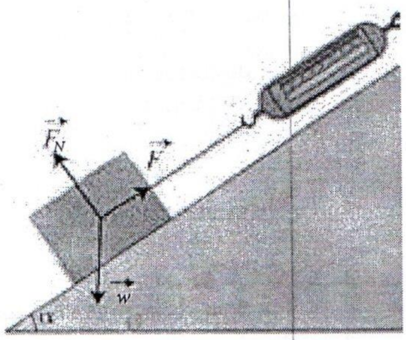
Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

2.4 El plano inclinado

Las superficies inclinadas como las rampas son ejemplos de planos inclinados. Un plano inclinado es una superficie plana que forma un determinado ángulo α con la horizontal.

Considera que sobre un plano inclinado liso (de rozamiento despreciable) se coloca un cuerpo sujeto por un dinamómetro a la parte superior del plano tal como se muestra en la siguiente figura.

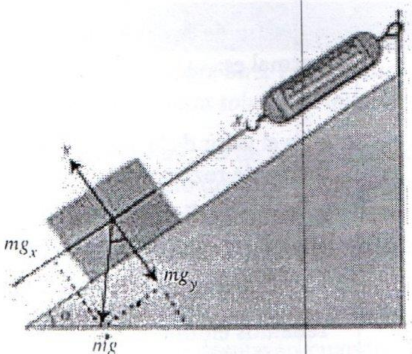
EJERCICIO ¿Es cierto que siempre se cumple que la norma de la fuerza normal es igual a la norma del peso? Explica por medio de ejemplos.



Se observa que sobre el cuerpo actúan tres fuerzas: su peso ($\vec{mg}$), la fuerza normal ($\vec{F_N}$) y la fuerza que ejerce el resorte del dinamómetro ($\vec{F}$). Como el cuerpo se encuentra en equilibrio bajo la acción de las tres fuerzas, se cumple que:

$$\vec{mg} + \vec{F_N} + \vec{F} = 0$$

El peso, $\vec{mg}$, del cuerpo puede descomponerse en otras dos fuerzas: una en el eje x (mg_x), y la otra en el eje y (mg_y), así:



Podemos escribir entonces:

$$mg = (-mg_x, -mg_y)$$
$$F_N = (0\ ,F_N)$$
$$F_D = (F, 0)$$
$$\overline{}$$
$$F_{neta} = (0\ ,0)$$

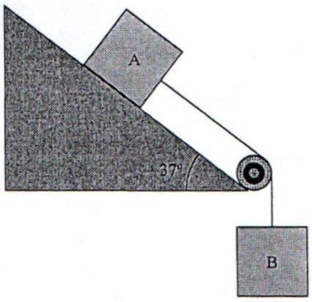
Por tanto,

$$mg_x = F \quad \text{y} \quad mg_y = F_N$$

Esto muestra que la componente sobre el eje y del peso, mg_y y la fuerza normal son fuerzas de igual norma pero con direcciones contrarias. De la misma manera, la fuerza F que ejerce el dinamómetro y la componente del peso en el eje x, mg_x, son de igual norma pero opuestas.

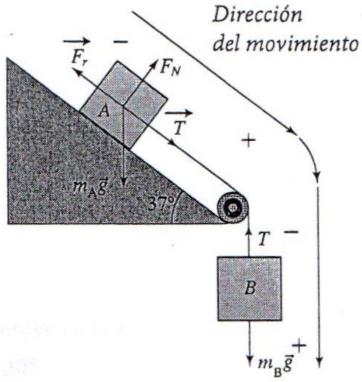
✱ EJEMPLO

Sobre un plano inclinado que forma 37° con la horizontal, se encuentra un bloque A de madera, de masa 8,0 kg, unido por medio de una cuerda a otro bloque B, de masa 4,0 kg que cuelga de la cuerda, la cual pasa por una polea situada en la parte inferior del plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,20, calcular la aceleración del sistema y la tensión del hilo.



Solución:

La fuerza de rozamiento que actúa sobre A se dirige hacia arriba por el plano. Para escribir las relaciones entre las fuerzas, tomemos las direcciones positivas que se indican en la siguiente figura para cada objeto respectivamente.



Bloque B:

Sobre el bloque B, únicamente actúan el peso, que es $m_B \cdot g = 39{,}2$ N, y la tensión del hilo, T. El peso, $m_B \cdot g$, está orientado en la dirección del movimiento, mientras que T se dirige en sentido contrario, por lo cual, al aplicar la ecuación $F_{neta} = m \cdot a$, tenemos:

$$F_{neta_B} = 39{,}2\text{ N} - T$$

es decir, $39{,}2\text{ N} - T = 4{,}0\text{ kg} \cdot a$

Bloque A:

Puesto que actúan la fuerza de rozamiento, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y el peso, debemos considerar lo que sucede en la dirección del movimiento y en la dirección perpendicular al movimiento.

En dirección perpendicular a la dirección del movimiento actúan la fuerza normal F_N y la componente del peso,

$$-m_A \cdot g \cdot \cos 37° = -62{,}6\text{ N}$$

En la dirección del movimiento, actúan la tensión, T, la fuerza de rozamiento, F_r y la componente del peso, $m \cdot g$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } 37° = 47{,}2\text{ N}.$$

La componente de la fuerza neta en el eje y es igual a cero, pues en esta dirección no hay movimiento para el bloque A.

Si suponemos que la cuerda no tiene masa, la tensión en los dos extremos de la cuerda es T y, por tanto, al escribir las componentes de los vectores tenemos:

$$\begin{aligned}
\vec{T} &= (T\,,\,0)\\
\vec{F}_N &= (0\,,\,F_N)\\
\vec{F}_r &= (-F_r, 0)\\
\vec{mg} &= (47{,}2;\,-62{,}6)\\
\hline
\vec{F}_{neta_A} &= (8{,}0\text{ kg} \cdot a, 0)
\end{aligned}$$

A partir de las componentes en el eje y, la fuerza normal es:

$$F_N = 62{,}6\text{ N}$$

Con el valor de la fuerza normal podemos calcular la fuerza de rozamiento:

$$F_r = 0{,}20 \cdot 62{,}6\text{ N} = 12{,}5\text{ N}$$

A partir de las componentes en el eje x:

$$T - 12{,}5\text{ N} + 47{,}2\text{ N} = 8{,}0\text{ kg} \cdot a$$

Tenemos entonces las siguientes dos ecuaciones:

$$39{,}2\text{ N} - T = 4{,}0\text{ kg} \cdot a$$

$$T + 34{,}7\text{ N} = 8{,}0\text{ kg} \cdot a$$

Sumándolas, obtenemos:

$$73{,}9\text{ N} = 12{,}0\text{ kg} \cdot a$$

Luego, $a = 6{,}15\text{ m/s}^2$

Calculamos la tensión a partir de cualquiera de las ecuaciones anteriores y obtenemos que:

$T = 14{,}6$ N.

La aceleración del sistema es $6{,}15\text{ m/s}^2$ y la tensión de la cuerda es 14,6 N.